Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3+4=$	**3p**
	$=0$	**2p**
2.	$f(1)=0$	**2p**
	$(f\circ f)(1)=f\left(f(1)\right)=f(0)=-1$	**3p**
3.	$x+3=x^2-6x+9\Rightarrow x^2-7x+6=0$	**3p**
	$x=1$ care nu convine, $x=6$ care convine	**2p**
4.	În mulțimea A sunt 100 de numere, deci sunt 100 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea A sunt 9 numere care sunt multipli de 11, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{9}{100}$	**1p**
5.	$P\in Ox\Rightarrow y_P=0$	**2p**
	$PM=PN\Leftrightarrow(2-x_P)^2+(2-0)^2=(4-x_P)^2+(2-0)^2\Leftrightarrow x_P=3$	**3p**
6.	$\dfrac{AB}{\sin C}=2R\Rightarrow R=\dfrac{6\sqrt{2}}{2\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}}=$	**3p**
	$=6$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&4\\1&1&2\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&2&4\\1&1&2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=4+1+4-2-4-2=1$	**3p**
b)	$\det\left(A(x)\right)=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&2^x&4^x\\1&x&2x\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&1&1\\0&2^x-1&4^x-1\\0&x-1&2x-1\end{vmatrix}=\left(2^x-1\right)\begin{vmatrix}1&2^x+1\\x-1&2x-1\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=\left(2^x-1\right)\left(2x-1-x\cdot2^x+2^x-x+1\right)=\left(2^x-1\right)\left(2^x+x-x\cdot2^x\right)$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$A(1)+A(2)+A(3)+\ldots+A(2017)=\begin{pmatrix}2017&2017&2017\\2017&2^1+2^2+\ldots+2^{2017}&4^1+4^2+\ldots+4^{2017}\\2017&2017\cdot1009&2017\cdot2018\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}2017&2017&2017\\2017&\dfrac{2\left(2^{2017}-1\right)}{2-1}&\dfrac{4\left(4^{2017}-1\right)}{4-1}\\2017&2017\cdot1009&2017\cdot2018\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2017&2017&2017\\2017&2\left(2^{2017}-1\right)&\dfrac{4}{3}\left(4^{2017}-1\right)\\2017&2017\cdot1009&2017\cdot2018\end{pmatrix}$	**2p**

2.a)	$x*y=7xy+7x+7y+7-1=$ $=7x(y+1)+7(y+1)-1=7(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y	**2p** **3p**
b)	$x*x*x=7^2(x+1)^3-1$, deci $7^2(x+1)^3-1=x$ $(x+1)\left(7^2(x+1)^2-1\right)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{8}{7}$ sau $x=-1$ sau $x=-\frac{6}{7}$	**2p** **3p**
c)	$49(a+1)(b+1)(c+1)-1=48 \Leftrightarrow (a+1)(b+1)(c+1)=1$ Cum a, b și c sunt numere naturale, obținem $a+1=b+1=c+1=1$, deci $a=b=c$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{\left(x^2-3\right)'\cdot e^x-\left(x^2-3\right)\cdot\left(e^x\right)'}{\left(e^x\right)^2}=\frac{2xe^x-\left(x^2-3\right)e^x}{\left(e^x\right)^2}=$ $=\frac{e^x\left(2x-x^2+3\right)}{\left(e^x\right)^2}=\frac{-x^2+2x+3}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f(-1)=-2e$, $f'(-1)=0$ Ecuația tangentei este $y-f(-1)=f'(-1)(x+1)$, adică $y=-2e$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$ sau $x=3$ $x\in[-1,3]\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-1,3]$ și $x\in[3,+\infty)\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[3,+\infty)$ Cum $f(-1)=-2e$, $f(3)=\frac{6}{e^3}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$, obținem $-2e\leq f(x)\leq\frac{6}{e^3}$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$\int_1^2 \frac{x+1}{\sqrt{x}} f(x)dx=\int_1^2 \frac{x+1}{\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x}}{(x+1)^2}dx=\int_1^2\frac{1}{x+1}dx=$ $=\ln(x+1)\Big\vert_1^2=\ln 3-\ln 2=\ln\frac{3}{2}$	**2p** **3p**
b)	F este o primitivă a funcției $f\Rightarrow F'(x)=f(x)$, $x\in(0,+\infty)$ $F'(x)=\frac{\sqrt{x}}{(x+1)^2}>0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci F este strict crescătoare pe $(0,+\infty)$	**2p** **3p**
c)	$g(x)=\frac{x}{x+1}\Rightarrow \mathcal{A}=\int_1^2\lvert g(x)\rvert dx=\int_1^2\frac{x}{x+1}dx=x\Big\vert_1^2-\ln(x+1)\Big\vert_1^2=1-\ln\frac{3}{2}$ $1-\ln\frac{m+1}{m}=1-\ln\frac{3}{2}\Rightarrow m=2$	**3p** **2p**